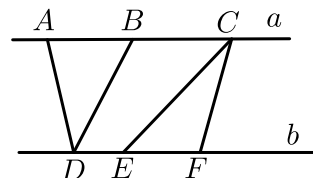


第2讲 等积变换（练习）

一、等积变换

1. 如图，已知直线 $a \parallel b$ ，点 A 、 B 、 C 在直线 a 上，点 D 、 E 、 F 在直线 b 上， $AB = EF = 2$ ，若 $\triangle CEF$ 的面积为5，则 $\triangle ABD$ 的面积为（ ）。



A. 2

B. 4

C. 5

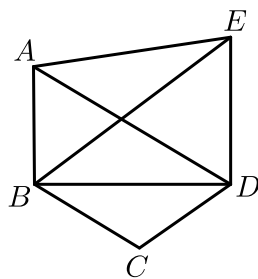
D. 10

【答案】 C

【解析】 因为 $\triangle CEF$ 与 $\triangle ABD$ 是同底等高的两个三角形，
所以 $\triangle CEF$ 与 $\triangle ABD$ 面积相等，
故答案为C。

【标注】 【知识点】 等积变换与“平行线”有关

2. 如图，在五边形 $ABCDE$ 中， $AB \parallel DE$ ，若 $\triangle ABE$ 的面积为5，则 $\triangle ABD$ 的面积为（ ）。



A. 4

B. 5

C. 10

D. 无法判断

【答案】 B

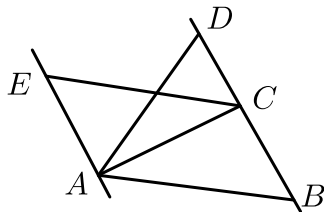
【解析】 $\because$ 在五边形 $ABCDE$ 中， $AB \parallel DE$ ，
 $\therefore$ 点 E 、点 D 到直线 AB 上的垂线段相等，
即在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ABD$ 中，边 AB 上的高线相等，
 $\therefore \triangle ABE$ 与 $\triangle ABD$ 是同底等高的两个三角形，

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABD} = 5.$$

故选B.

【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

3. 如图，直线 $AE \parallel BD$ ，点 C 在 BD 上，若 $AE = 4$ ， $BD = 8$ ， $\triangle ABD$ 的面积为16，则 $\triangle ACE$ 的面积为_____.



【答案】8

【解析】在 $\triangle ABD$ 中，当 BD 为底时，设高为 h ，

在 $\triangle AEC$ 中，当 AE 为底时，设高为 h' ，

$\because AE \parallel BD$ ，

$\therefore h = h'$.

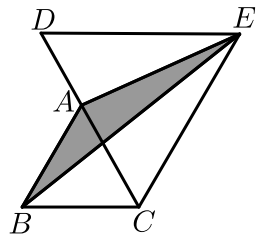
$\because \triangle ABD$ 的面积为16， $BD = 8$ ，

$\therefore h = 4$.

则 $\triangle ACE$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$.

【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

4. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCE$ 都是等边三角形，若 $\triangle ABC$ 的面积为1，则 $\triangle BAE$ 的面积是_____.

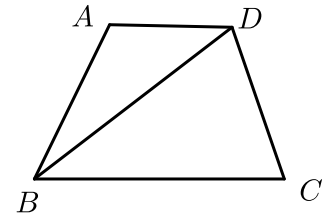


【答案】1

【解析】平行线间距处处相等，等底同高 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABC} = 1$.

【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

5. 如图，已知 $\angle ADB = \angle DBC$ ， $2AD = BC$ ，若三角形 ABD 的面积为3，则三角形 BCD 的面积为（ ）。



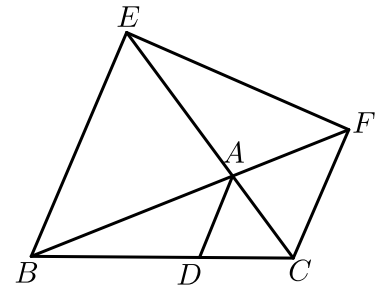
- A. 6 B. 9 C. 12 D. 无法确定

【答案】 A

【解析】 $\because \angle ADB = \angle DBC$,
 $\therefore AD \parallel BC$ (内错角相等，两直线平行) ,
 $\therefore S_{\triangle ADB} : S_{\triangle CDB} = AD : BC = 1 : 2$,
 $\therefore S_{\triangle CDB} = 2S_{\triangle ADB} = 2 \times 3 = 6$.
 故选A .

【标注】 【知识点】 等积变换与 “平行线” 有关

6. 如图，从 $\triangle ABC$ 各顶点作平行线 $AD \parallel EB \parallel FC$ ，各与其对边或其延长线相交于 D, E, F . 求证： $S_{\triangle DEF} = 2S_{\triangle ABC}$.

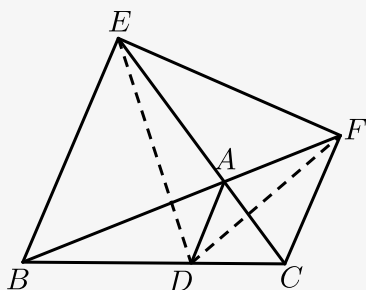


【答案】 证明见解析 .

【解析】 $\because AD \parallel BE, AD \parallel FC, FC \parallel BE$,
 $\therefore \triangle ADE$ 和 $\triangle ABD$ 在底边 AD 上的高相等， $\triangle ADF$ 和 $\triangle ADC$ 在底边 AD 上的高相等， $\triangle BEF$ 和 $\triangle BEC$ 在底边 BE 上的高相等，
 $\therefore S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ADC}, S_{\triangle BEF} = S_{\triangle BEC}$,
 $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle BEF} - S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BEC} - S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABC}$,
 $\therefore S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle ADF} + S_{\triangle AEF}$

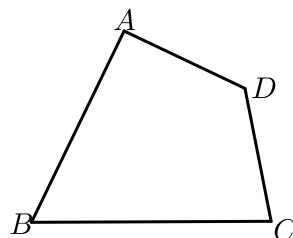
$$= S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABC} .$$

$$\text{即 } S_{\triangle DEF} = 2S_{\triangle ABC} .$$



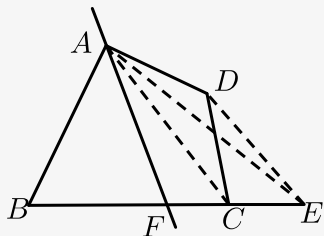
【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

7. 一条直线平分任意四边形 $ABCD$ 的面积，



【答案】作图见解析．

【解析】 AC 连接，过 D 作 $DE \parallel AC$ 交 BC 延长线于点 E ．



连接 AE ，取 BE 中点 F ，

连接 AF ．

AF 即为所求．

【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

8. 如图1，五边形 $ABCDE$ 是张大爷十年前承包的一块土地的示意图，经过多年开垦荒地，现已变为图2，但承包土地与开垦荒地的分界小路（图中的折线 CDE ）还保留着，张大爷想过点 E 修一条直路，直路修好后，要保持直路左边的土地面积和承包时的一样多，请你用有关几何知识，按张大爷的要求设计出修路方案．

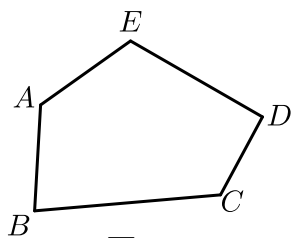


图 1

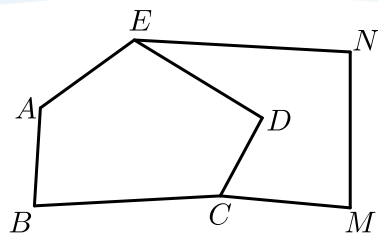


图 2

【答案】答案见解析。

【解析】如图3，

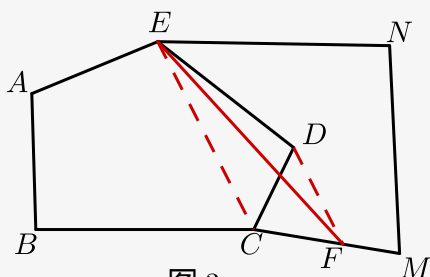


图 3

- (1) 连接 CE ，
- (2) 过点 D 做 $DF \parallel CE$ 与 CM 交于点 F 。
- (3) 连接 EF ， EF 即为所求。

【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

二、 平移和命题

1. 平移

9. 下列图形可由平移得到的是（ ）。

A.



B.



C.



D.



【答案】A

【解析】A、由一个图形经过平移得出，正确；

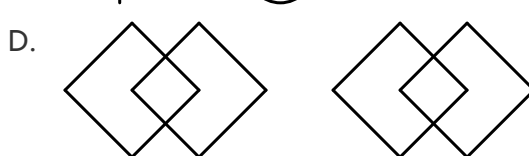
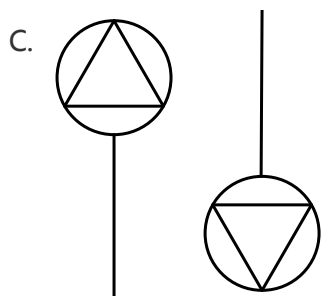
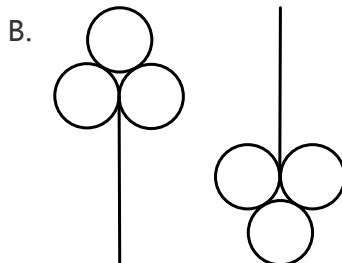
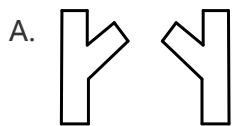
B、由一个图形经过旋转得出，错误；

C、由一个图形经过旋转得出，错误；

D、由一个图形经过旋转得出，错误；故选A．

【标注】【知识点】平移构造特殊图形

10. 下图所示的各组图形中，表示平移关系的是（ ）．



【答案】D

【解析】观察选项A、B、C、D每一组中的图形，将第一个图形平移，可得第二个图形的就是答案．

【标注】【知识点】平移构造特殊图形

11. 下列现象属于平移的是（ ）．

A. 随风摆动的旗帜

B. 投篮时运动的球

C. 汽车玻璃上雨刷的运动

D. 从楼顶自由落下的球（球不旋转）

【答案】D

【解析】从楼顶自由落下的球（球不旋转）属于平移，其余现象都不是平移，故选D．

【标注】【知识点】平移的定义

12. 如图，在 6×6 方格中有两个涂有阴影的图形M、N，①中的图形M平移后位置如图②所示，以下对图形M的平移方法叙述正确的是（ ）．

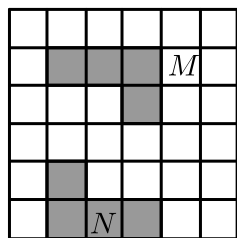


图 ①

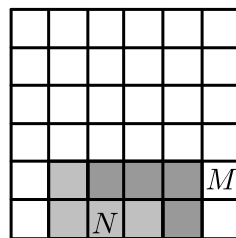


图 ②

- A. 向右平移2个单位，向下平移3个单位
C. 向右平移1个单位，向下平移4个单位

- B. 向右平移1个单位，向下平移3个单位
D. 向右平移2个单位，向下平移4个单位

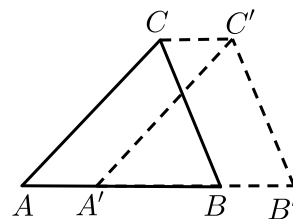
【答案】 B

【解析】 观察题图①中 M 的位置以及题图②中 M 的位置，发现题图①中 M 向右平移1个单位，向下平移3个单位到题图②中的位置．

故选：B．

【标注】 【知识点】 平移的性质

13. 如图，已知三角形 ABC 的周长为20 cm，现将三角形 ABC 沿 AB 方向平移2 cm知三角形 $A'B'C'$ 的位置，连接 CC' ，则四边形 $AB'C'C$ 的周长是 _____ ．



【答案】 24cm

【解析】 由平移的性质可知，

$$CC' = BB' = 2\text{cm}, CB = C'B',$$

∴ 四边形 $AB'C'C$ 的周长．

$$= AC + AB + BB' + C'B' + CC'$$

$$= C_{\triangle ABC} + CC' + BB'$$

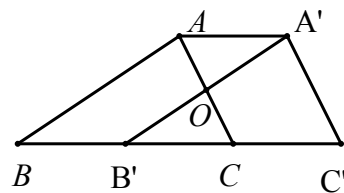
$$= 20 + 4$$

$$= 24\text{cm},$$

故答案是24cm．

【标注】 【知识点】 平移作图

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 6$ ，将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移得到 $\triangle A'B'C'$ ，连接 AA' ，若 $A'B'$ 恰好经过 AC 的中点 O ，则 AA' 的长度为 _____ 。



【答案】 3

【解析】 方法一： $\because \triangle ABC$ 沿 BC 方向平移得到 $\triangle A'B'C'$ ，

$$\therefore AA' = BB', AA' \parallel BB',$$

$\therefore$ 四边形 $ABB'A'$ 为平行四边形，

$$\therefore AB \parallel A'B',$$

$\because$ 点 O 为 AC 的中点，

$\therefore OB'$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore BB' = CB' = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$$\therefore AA' = 3.$$

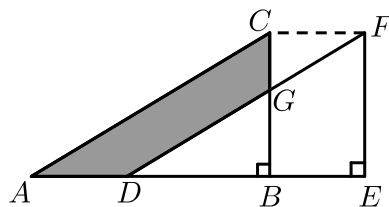
故答案为3。

方法二：由平移可知 $AA' = BB'$ ，由 AC 中点 O 可知 $AA' = B'C$ ，则

$$AA' = BB' = B'C = 3.$$

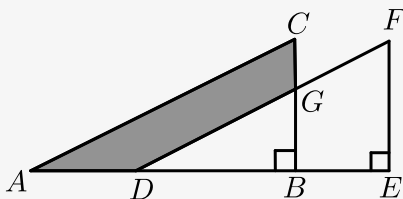
【标注】【知识点】平移构造特殊图形

15. 如图，将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿 AB 方向平移得到 $\text{Rt}\triangle DEF$ ，已知 $BE = 6$ ， $EF = 8$ ， $CG = 3$ ，则阴影部分的面积为 _____ 。



【答案】 39

【解析】 $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 沿 AB 的方向平移 AD 距离得 $\triangle DEF$ ，



$$\therefore \triangle DEF \cong \triangle ABC,$$

$$\therefore EF = BC = 8, S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} - S_{\triangle DBG} = S_{\triangle DEF} - S_{\triangle DBG},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ACGD} = S_{\text{梯形}BEFG},$$

$$\therefore CG = 3,$$

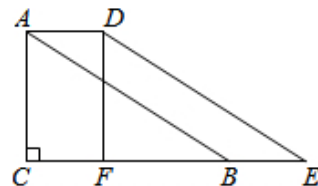
$$\therefore BG = BC - CG = 8 - 3 = 5,$$

$$\therefore S_{\text{梯形}BEFG} = \frac{1}{2}(BG + EF) \cdot BE = \frac{1}{2}(5 + 8) \times 6,$$

即阴影部分的面积为39.

【标注】【知识点】平移构造特殊图形

16. 如图，在直角三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ，现将三角形 ABC 沿 CB 向右平移得到三角形 DEF ，若四边形 $ABED$ 的面积等于8，则平移的距离是（ ）.



A. 2

B. 4

C. 6

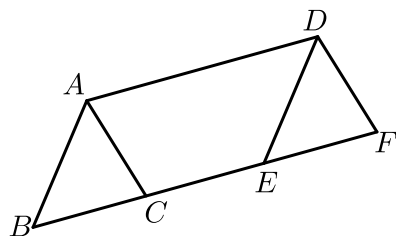
D. 8

【答案】A

【解析】四边形 $ABED$ 是平行四边形，它的面积等于8，高是4，所以底是2，即 $BE = 2$.

【标注】【知识点】根据平行四边形边的性质计算与证明

17. 如图，将面积为5的 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移至 $\triangle DEF$ 的位置，平移的距离是边 BC 长的两倍，则图中的四边形 $ACED$ 的面积为（ ）.



A. 5

B. 10

C. 15

D. 20

【答案】 C**【解析】** 设点 A 到 BC 的距离为 h ,

$$\text{则 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot h = 5,$$

 $\therefore \triangle ABC$ 沿 BC 方向平移的距离是边 BC 长的两倍,

$$\therefore AD = CF = 2BC, AD \parallel BF,$$

$$\therefore CE = BC,$$

$$\therefore \text{四边形 } ACED \text{ 的面积} = \frac{1}{2}(CE + AD) \cdot h$$

$$= \frac{1}{2}(BC + 2BC) \cdot h$$

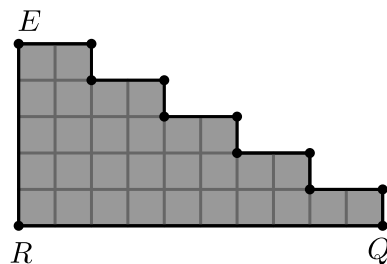
$$= 3 \times \frac{1}{2} BC \cdot h$$

$$= 3 \times 5 = 15,$$

故选C.

【标注】【知识点】平移作图

18. 某楼梯的截面如图, 其中 $ER = 5$, $RQ = 10$, 若在楼梯上铺设地毯, 至少需要 _____ 米.

**【答案】** 15**【解析】** 通过平移可知, 铺设地毯的长度为 $ER + QR = 10 + 5 = 15$.

故答案为: 15.

【标注】【知识点】平移构造特殊图形

2. 命题

19. 命题“平行于同一条直线的两条直线平行”的题设是 _____, 结论是 _____.

【答案】 两条直线平行于同一条直线；两条直线平行

【解析】 每一个命题都一定能用“如果…那么…”的形式来叙述，“如果”后面的内容为“题设”，那么后面的内容为“结论”，如果两条直线平行于同一条直线，那么这两条直线平行．

【标注】 【知识点】改写命题（如果…那么…）

20. 把命题“同角的余角相等”改写成“如果…那么…”的形式 _____ ．

【答案】 如果两个角是同一个角的余角，那么这两个角相等

【解析】 命题“同角的余角相等”，可以改写成：如果两个角是同一个角的余角，那么这两个角相等．

【标注】 【知识点】改写命题（如果…那么…）

21. 命题：①对顶角相等；②经过直线外一点，有且只有一条直线与已知直线平行；③相等的角是对顶角；④同位角相等．其中假命题的个数是（ ）．

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】 B

【解析】 因为命题①对顶角相等；
②经过直线外一点，
有且只有一条直线与已知直线平行，
是真命题，
命题③相等的角是对顶角；
④同位角相等，
是假命题，
故选：B.

【标注】 【知识点】平行线的性质

【知识点】同位角的定义

【知识点】对顶角的定义与性质

22. 有下列四个命题：

- ①对顶角相等；
- ②过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行；
- ③平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直；
- ④直角三角形中，斜边大于直角边；

其中假命题的个数有（ ）．

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】 A

【解析】 ①对顶角相等，是真命题，所以本选项不符合题意；

②过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，是真命题，所以本选项不符合题意；

③平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，是真命题，所以本选项不符合题意；

④直角三角形中，斜边大于直角边，是真命题，所以本选项不符合题意；

综上，假命题的个数是0．

故选A．

【标注】【知识点】平行线的性质

【知识点】命题与证明